

高等数学(工专)试题

课程代码:00022

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 函数 $y = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ 的定义域是

- A. $[0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

2. 函数 $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ 是

- A. 无界函数 B. 非奇非偶函数 C. 偶函数 D. 奇函数

3. 在下列级数中,发散的是

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$

B. $2 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{2} + \cdots + \sqrt[7]{2} + \cdots$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

4. 若 $\int_0^x f(t) dt = e^{2x} - 1$, 则 $f(x) =$

- A. $2e^{2x}$ B. e^{2x} C. $2xe^{2x}$ D. $2xe^{2x-1}$

5. 设二阶矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$, 则 $|A^5| =$

- A. 64 B. 32 C. 10 D. 2

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

6. 设函数 $y = \arcsin \frac{x}{2}$, 那么函数的值域是_____.
7. 设 $f(x)$ 在 x_0 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 6$, 则 $f(x_0) =$ _____.
8. 设 $y = x \ln x$, 则 $y'' =$ _____.
9. 设 $f'(x_0) = 3$, 则函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的微分 $dy \Big|_{x=x_0} =$ _____.
10. 曲线 $y = x^{\frac{1}{3}} + 2$ 的拐点为_____.

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t dt}{x^2} =$ _____.

12. 行列式 $\begin{vmatrix} x & -1 & 0 \\ 0 & x & -1 \\ a_3 & a_2 & a_1 \end{vmatrix} =$ _____.

13. 曲线 $\begin{cases} x = t^2 + 1, \\ y = t^3 + t \end{cases}$ 在 $t = 1$ 所对应的点处的切线方程为_____.

14. 无穷限反常积分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx =$ _____.

15. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$, 则其逆矩阵 $A^{-1} =$ _____.

三、计算题(本大题共 8 小题,每小题 6 分,共 48 分)

16. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \arctan x}{3x + \sin x}$.

17. 求微分方程 $\cos x \sin y dx + \sin x \cos y dy = 0$.

18. 设函数 $y = \ln \sqrt{1 - 2x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$, dy .

19. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $y = 2 + e^y \sin x$ 确定的隐函数, 求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}$.

20. 求不定积分 $\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

21. 确定函数 $y = (x-1)(x+1)^3$ 的单调区间.

22. 计算定积分 $\int_{-1}^1 \frac{e^x}{e^x+1} dx$.

23. λ 取何值时, 齐次方程组

$$\begin{cases} (1-\lambda)x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + (3-\lambda)x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + (1-\lambda)x_3 = 0 \end{cases}$$

有非零解?

四、综合题(本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

24. 求函数 $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$ 在区间 $[\frac{\pi}{6}, \frac{3}{4}\pi]$ 上的最大值与最小值.

25. 计算由椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 所围图形绕 y 轴旋转一周而成的旋转体的体积.