

高等数学(工本)试题

课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 向量 $\mathbf{a} = \{2, 1, -1\}$ 与 $\mathbf{b} = \{1, 2, 1\}$ 的夹角为
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$
2. 已知函数 $f(x+y, x-y) = \frac{x^2 - y^2}{2xy}$, 则 $f(x, y) =$
 A. $\frac{4xy}{x^2 - y^2}$ B. $\frac{2xy}{x^2 - y^2}$ C. $\frac{xy}{2(x^2 - y^2)}$ D. $\frac{xy}{x^2 - y^2}$
3. 已知二重积分 $\iint_D d\sigma = 2$, 则积分区域 D 为
 A. $|x| \leq 1, |y| \leq 1$ B. $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x$
 C. $x^2 + y^2 \leq 2$ D. $|x| + |y| \leq 1$
4. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = e^{x^2+y^2}$ 是
 A. 可分离变量的微分方程 B. 齐次微分方程
 C. 一阶线性齐次微分方程 D. 一阶线性非齐次微分方程
5. 无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^2}{1+n^2}$ 的敛散性为
 A. 条件收敛 B. 绝对收敛 C. 发散 D. 敛散性无法确定

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分)

6. 点 $P(-5, -3, 2)$ 到 oyz 坐标面的距离为_____.

7. 函数 $z = x^2y + y^2$ 在点 $(2, 1)$ 处的全微分 $dz|_{(2,1)} =$ _____.

8. 设积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq a^2 (a > 0)$, 且二重积分 $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} d\sigma = \frac{16}{3}\pi$, 则常数 $a =$ _____.

9. 微分方程 $y'' + 3y = e^{2x}$ 的特解 $y^* =$ _____.

10. 已知无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$, 则 $u_5 =$ _____.

三、计算题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

11. 求过点 $M_1(3, -1, 5)$ 及点 $M_2(-1, 2, -3)$ 的直线方程.

12. 求曲面 $z = 2xy$ 在点 $P_0(\frac{1}{2}, 1, 1)$ 处的切平面方程.

13. 已知方程 $2x^2 - 3y^2 + 5z^2 - z = 1$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

14. 求函数 $f(x, y) = 2xy^2 - 3x^2y$ 在点 $P(1, -1)$ 处沿 $P(1, -1)$ 到 $Q(2, 0)$ 方向的方向导数.

15. 计算二重积分 $\iint_D (x^2 + 2y + 1) d\sigma$, 其中 D 是由 $y = x^2, y = x$ 所围成的区域.

16. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dv$, 其中积分区域 $\Omega: |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1$.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\int_C (x^3y + 2x - 1) ds$, 其中 C 为从点 $A(2, 0)$ 到点 $B(4, 0)$ 的直线段.

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_C (x-y)dx + xdy$, 其中 C 是抛物线 $x=y^2$ 从点 $O(0,0)$ 到点 $P(4,2)$ 的一段弧.

19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x \sin x$ 的通解.

20. 求微分方程 $y'' + y' - 30y = 0$ 的通解.

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n \cdot 2^n}$ 的敛散性.

22. 已知 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 它在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为 $f(x) = \begin{cases} 3, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$,

求 $f(x)$ 傅里叶级数 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ 中系数 a_6 .

四、综合题(本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

23. 求函数 $f(x, y) = xy$ 在约束条件 $x + y = 1$ 下的极值.

24. 证明对坐标的曲线积分 $\int_C (4 \sin x \sin 3y \cos x + 20x) dx + (14y - 3 \cos 3y \cos 2x) dy$ 在整个 xoy 面内与路径无关.

25. 将函数 $f(x) = \frac{1}{2+3x}$ 展开为 x 的幂级数.